

СТОХАСТИЧЕСКИЕ ВОЛНОВЫЕ ТРЕНДЫ — ПРИМЕНЕНИЕ ИЕРАРХИЧЕСКОГО ПОДХОДА К АНАЛИЗУ РЫНКОВ



Н.И. Скриган,
доцент
Международного
гуманитарно-
экономического
института,
канд. физ.-мат. наук



Н.Н. Скриган,
ведущий научный
сотрудник отдела
проблем научно-
технической
и инновационной
политики
ГУ «БелИСА»,
канд. техн. наук

Как показано в [1], для изучения динамики рыночных цен с использованием методов спектрального анализа необходимо рассматривать весь спектр в целом, а не отдельные спектральные компоненты процесса изменения цен. При этом необходимо учитывать, что корректное использование спектральных методов невозможно без корректных процедур получения исходных данных. В связи с этим остановимся на некоторых аспектах представления временных рядов цен, используемого в техническом анализе рынков.

Теорема отсчетов

Исторически сложилось так, что в техническом анализе в основе графиков цен всегда присутствовало понятие тайм-фрейма — сжатого изображения изменения цены на некотором временном интервале. Обычно для этого использовались представления в виде четверки чисел, характеризующих начальное, конечное, максимальное и минимальное значения цен на ме-

сячном, недельном, дневном и иных интервалах времени [2–4]. Очевидно, что такое представление приводит к потерям информации о поведении цены внутри этого временного интервала.

В методах обработки сигналов при физических измерениях наблюдалась обратная картина. Изначально анализируемые процессы (сигналы) были непрерывными, а методы их анализа — аналоговыми. С развитием цифровых методов и устройств обработки информации возникла задача преобразования исходного непрерывного процесса в цифровую форму, а также вопрос о корректных правилах такого преобразования, сохраняющих все характерные особенности исходного процесса и преемственность аналоговых методов анализа.

Согласно теореме Котельникова (в зарубежной литературе известна как теорема отсчетов), произвольный непрерывный процесс может быть представлен в виде последовательности отсчетов (временного ряда) при соблюдении условия: частота получения отсчетов должна как минимум вдвое превышать максимальную частоту в спектре исходного непрерывного процесса. В этом случае существует принципиальная возможность по последовательности дискретных отсчетов восстановить исходную непрерывную функцию, т. е. потерь информации не происходит [5, 6].

Исходный процесс $z(t)$, образующий график цен, также является непрерывной функцией времени (если цена какое-то время не меняется, это просто будет интервал, на котором цена сохраняет постоянное значение). При этом графическое представление данных сводится к процедуре дискретизации непрерывного процесса, характеризующего изменение цены.

В дальнейшем будет рассматриваться равномерная по времени дискретизация и, соот-

ответственно, полученный временной ряд будет интерпретироваться как последовательность равномерных отсчетов непрерывного графика изменения цены.

Итак, мы рассматриваем изменение цены во времени в виде функции [1]:

$$z(t) = x(t) + n(t), \quad (1)$$

где t изменяется от нуля, соответствующего началу интервала наблюдения, до текущего значения времени, соответствующего конечному значению интервала наблюдения;

$z(t)$ — изменение цены во времени;

$x(t)$ — некоторая функция, описывающая значимые для наблюдателя и его целей движения рынка, обычно характеризующиеся как тренды или тенденции, обычно это большие медленные движения;

$n(t)$ — некоторая компонента, описывающая несущественные с точки зрения целей наблюдателя тенденции изменения цен, обычно это так называемый ценовой шум — быстрые колебания цен, рассматриваемые с точки зрения решаемой задачи как некоторая помеха.

Представление $z(t)$ в виде временного ряда, имеет вид последовательности чисел, привязанных к определенным моментам времени, расположенным равномерно с некоторым интервалом. Не нарушая общности рассуждений, примем этот интервал равным единице.

Тогда процесс дискретизации для $z(t)$ можно записать следующим образом:

$$z(t) \rightarrow z(k) = x(k) + n(k), \quad (2)$$

где k принимает значения от 0, соответствующего начальной точке интервала наблюдения, до N , соответствующего последнему наблюдаемому значению.

Интервал времени между отдельными значениями временного ряда называется интервалом дискретизации. Можно говорить, что совокупность $z(k)$ получена из $z(t)$ посредством процедуры получения равномерно расположенных отсчетов $z(t)$.

Обоснованный выбор интервала дискретизации (масштаба графика или интервала временного ряда) является первым шагом на пути к анализу $z(t)$.

В соответствии с теоремой Котельникова, информация, содержащаяся в непрерывном процессе, может быть полностью представле-

на временным рядом при условии, что интервал получения отсчетов как минимум вдвое меньше периода самой высокочастотной составляющей спектральной плотности исходного непрерывного процесса [5, 6]. В противном случае наступает эффект зеркального отражения спектральных компонент сигнала в область низких частот относительно половины частоты дискретизации и, соответственно, искажение информации.

Не вдаваясь в подробности, это можно пояснить на примере.

Пусть имеются два гармонических сигнала $f(t)$ и $g(t)$, где:

$$f(t) = \sin(\omega t + C),$$

$$g(t) = \sin(3\omega t + C).$$

При интервале дискретизации $T = \pi / \omega$ можно получить

$$f(kt) = \sin(\pi k + C),$$

$$g(kt) = \sin(3\pi k + C) = \sin(\pi k + C),$$

т. е. компоненты с различными частотами после дискретизации становятся принципиально неразличимыми.

Указанное обстоятельство некоторым образом ограничивает возможности выбора временного масштаба для анализа ценовой информации, хотя данные ограничения не являются существенными. В теории сигналов при спектральном анализе процессов иногда применяют эмпирическое правило — использовать частоту получения отсчетов в 2,7–3 раза выше максимальной частоты компонент анализируемого сигнала. На основе диаграммы Пректера [1, 7], используя полигармоническую аппроксимацию волн Эллиотта, можно получить следующий результат: если нас интересует тонкая структура в рамках 144-волновой модели согласно представлениям теории Эллиотта [7], нам необходимо иметь не менее 195–216 отсчетов на цикл I–II.

Используя характерные свойства спектральных характеристик процесса $z(t)$, предполагающие обратно-квадратичную зависимость уровня энергетического спектра $Z(\omega)$ от частоты ω [1], можно получить следующее выражение для среднего квадрата погрешности дискретизации $z(t)$:

$$\sigma^2 = \frac{1}{\pi} \int_{\pi/T}^{\infty} \frac{S(\omega)}{\omega^2} d\omega, \quad (3)$$

где $S(\omega)$ — энергетический спектр процесса $s(t)$, характеризующего приращения цены [1], а T — интервал дискретизации.

В общем случае для произвольного вида $S(\omega)$ вычислить выражение (3) не представляется возможным. Однако для модели случайного блуждания [8] приращения цены можно считать независимыми, тогда $S(\omega) = const$ и из формулы (3) следует

$$\sigma^2 = const * T, \quad (4)$$

т. е. мощность ошибки пропорциональна величине интервала T представления данных.

На рис. 1 представлено распределение спектра мощности случайного блуждания. Пара-

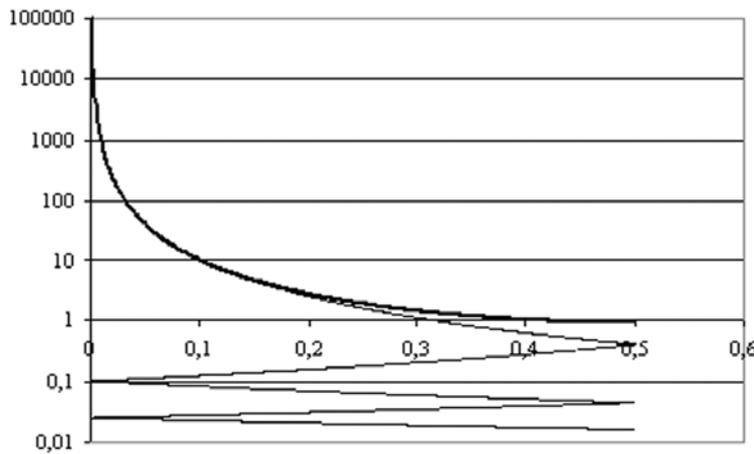


Рис. 1. Распределение спектра мощности временного ряда цен для модели случайного блуждания. Тонкая линия — спектр мощности непрерывного процесса $z(t)$ с иллюстрацией эффекта наложения частот при дискретизации, широкая линия — результирующий спектр дискретного сигнала $z(k)$



Рис. 2. График цены валютной пары EUR/USD по контрактам спот

метры графика: $T = 2\pi$, спектральная плотность нормирована к величине параметра $const$. На графике также показан механизм образования погрешности дискретного представления $z(t)$ за счет эффекта наложения частот при дискретизации.

Путем несложных расчетов можно показать, что широкая линия, учитывающая эффекты наложения, представляет собой квадрат модуля передаточной функции кумулятивного дискретного сумматора и имеет вид:

$$|H(\omega)|^2 = 1 / \sin^2(\omega T / 2) \quad (5)$$

Так как $\sin(x) \approx x$ для $x < \pi / 8$, то расхождения между частотной характеристикой интегратора и кумулятивного сумматора в области низких частот незначительны и энергетический спектр временного ряда, так же, как и спектр непрерывного процесса изменения цены, будут вести себя одинаковым образом, сохраняя свойства процессов типа фликкер-шума [1].

Выбор тайм-фрейма

Покажем возможный вариант выбора рабочего тайм-фрейма на примере графика цены EUR/USD, который представлен на рис. 2. (график показывает цену евро в американских долларах по контрактам спот).

Пусть минимальный по длительности и амплитуде цикл, структура которого является предметом исследования аналитика, представляет импульс движение-коррекция, отмеченный на рис. 2 с параметрами: амплитуда — 544 пункта, длительность — 9 дней. В этом случае анализ тонкой структуры ценовых движений до уровня 144-волновой диаграммы Пректера [1, 7] требует от 144 до 288 отсчетов временного ряда цены на представленном интервале (для полигармонической аппроксимации). Ближайшим стандартным тайм-фреймом является график часового масштаба, который содержит на указанном интервале наблюдения 216 отсчетов, или график с интервалом 30 минут, содержащий 432 дискрет-

ных значения цены на рассматриваемом временном интервале.

Усредненную процентную погрешность дискретного представления данных можно получить и на основе формул, представленных в выражениях (3) и (4). В частности, если интерес для исследований представляет структура процесса $z(t)$ на интервале времени T_1 , а используется интервал дискретизации T , то квадрат относительной погрешности δ^2 дискретного представления будет определяться соотношением:

$$\delta^2 = T / (T_1 - T), \quad (6)$$

а среднеквадратическое отклонение формулой $\delta = \sqrt{T / (T_1 - T)}$. Для рассмотренного выше примера при часовом интервале представлении графиков можно получить значение относительной погрешности $\delta = 0,068$ (37 процентных пунктов для импульса с размахом 554 пункта).

Необходимо отметить, что особой необходимости в точности и строгости определения интервала дискретного представления данных в общем случае нет. Причины следующие:

- во-первых, мы не решаем задачу измерения параметров $z(t)$, а только анализ ее поведения, тенденций и направления движения;

- во-вторых, незначительная скорость изменения процессов (по сравнению с другими приложениями прикладного анализа временных рядов, например, вибрационной техникой, акустикой, анализом удара, радиотехникой и другими областями, связанными с обработкой в реальном времени быстропротекающих процессов) исключает проблемы с быстродействием компьютера и позволяет использовать избыточный объем информации на базе графиков меньшего масштаба.

В теории и методах обработки сигналов при дискретном представлении непрерывных процессов используется предварительная фильтрация исходного сигнала с помощью фильтра нижних частот с частотой отсечки приблизительно в 2,7–3 раза меньше частоты получения отсчетов. Для ценовых графиков по аналогии можно использовать в качестве исходных тиковые или минутные последовательности, которые после предварительного сглаживания (низкочастотной фильтрации) могут использоваться для последующего получения дискретных рядов с другим, более протяженным интервалом. Однако характер спектра процесса $z(t)$,

а также специфика целей анализа движения цен позволяют в большинстве случаев пренебречь влиянием эффекта наложения от компонент, с длительностью цикла менее одного бара графика, при условии корректной процедуры выбора тайм-фрейма относительно размаха и длительности торгуемых движений.

Разложение движения цены по базису стохастических трендов

Спектральный подход к исследованию движения рыночных цен был использован в «Системе анализа финансовых рынков», разработанной при участии авторов.

Первоначальная постановка задачи анализа рынков основана на представлении процесса изменения цены в виде (1).

Как отмечалось выше [1], разбиение совокупного процесса изменения цены на компоненты $x(t)$ и $n(t)$ является в достаточной степени условным и определяется временными горизонтами анализа динамики рынка и конкретными задачами аналитика. Поэтому, чтобы не сужать область применения системы и обеспечить достаточную универсальность применяемых алгоритмов для произвольных временных масштабов и диапазонов изменения цены, при построении системы была использована концепция разложения совокупного движения цены по базису волновых стохастических трендов.

Разложение движения цены по базису волновых стохастических трендов основано на представлении процесса $z(t)$ в виде суперпозиции стохастических волн — волновых трендов. Волновые тренды выделяются из процесса $z(t)$ и представляют собой элементы с различным спектральным составом, выделенные из общего движения цены. Энергия отдельных волн преимущественно сосредоточена в различных участках спектра $Z(\omega)$ процесса $z(t)$. Термин «стохастический» указывает на тот факт, что вследствие существенной нелинейности рынка и принадлежности его к процессам с фликкер-шумом [1, 9] итог процесса развития волновых трендов в общем случае не прогнозируется и не может быть определен ни по начальному, ни по текущему состоянию.

Общее движение цены в «Системе анализа финансовых рынков» представляется в виде суммы пяти волн, обозначенных как волны от первого до пятого уровней соответственно:

$$z(t) = \sum_{i=1}^5 W_i(t) + \Phi(t), \quad (7)$$

где Σ обозначает знак суммирования;

$W_i(t)$ — волновые компоненты совокупного движения цены;

$\Phi(t)$ — погрешность представления процесса $z(t)$ в виде пяти волн, включающая компоненты, представленные в низкочастотной области спектра процесса $z(t)$, расположенной за пределами спектра отдельных волновых компонент $W_i(t)$;

i — переменная суммирования, принимающая значения от 1 до 5, соответствующая уровню волны в разложении.

В соответствии с теоремой отсчетов [5, 6] максимальная частота, содержащаяся в спектре временного ряда, равна половине частоты дискретизации (равномерной) непрерывного временного процесса, из которого получен этот ряд. Эта частота является естественной границей спектра временного ряда и может быть принята за точку отсчета в разбиении шкалы частот. Без ущерба для общности в дальнейшем будем использовать нормированную к частоте дискретизации шкалу частот.

При построении «Системы анализа финансовых рынков» было принято равномерное разбиение частотного диапазона в логарифмической шкале с кратностью 5. Так как в нормированной шкале частот циклическая частота дискретизации равна величине 2π , то диапазон частот разбивается на интервалы сверху вниз следующим образом:

- $(\pi / 5, \pi)$ — для волны первого уровня $W_1(t)$;
- $(\pi / 25, \pi / 5)$ — для волны второго уровня $W_2(t)$;
- $(\pi / 125, \pi / 25)$ — для волны третьего уровня $W_3(t)$;
- $(\pi / 625, \pi / 125)$ — для волны четвертого уровня $W_4(t)$;
- $(\pi / 3125, \pi / 625)$ — для волны пятого уровня $W_5(t)$;
- $(0, \pi / 3125)$ — для $\Phi(t)$.

В общем случае интервал и кратность разбиения диапазона частот не имеют принципиального значения. От этого зависит только перераспределение энергии между волнами и немного видоизменяется процедура принятия решения по динамике волновых трендов. Число 5 выбрано для удобства интерпретации резуль-

татов анализа в терминах типовых тайм-фреймов, принятых в техническом анализе.

Так, например, если в качестве основного графика аналитик использует представление данных с интервалом 1 час, то отображаемые на нем волновые тренды будут представлены со сдвигом на два уровня для графика дневного масштаба (25 часов незначительно отличается от 24 часов, составляющих один день).

Для графика недельного масштаба сдвиг волн составит один уровень по сравнению графиком дневного масштаба (в неделе 5 рабочих дней) и примерно три уровня по сравнению с графиком часового масштаба (125 часов — приближительная продолжительность рабочей недели для валютного рынка).

Если основной тайм-фрейм — график дневного масштаба, то сдвиг волн на один уровень получим при переходе к недельному интервалу (5 рабочих дней), на два уровня — для 25 дней (приблизительно рабочий месяц), и на три уровня — для 125 дней, что составляет около половины рабочих дней года.

Таким образом, принятый коэффициент представления позволяет в большинстве случаев в традиционных терминах трактовать волны большого масштаба на графиках с малыми интервалами представления данных и обеспечить преемственность результатов анализа при переходе от одного масштаба представления данных к другому.

На рис. 3 представлен график цены валютной пары EUR/USD и разложение процесса $z(t)$ по базису стохастических волновых трендов, содержащее волны пяти первых уровней. На этом же графике приведена сумма всех пяти волн, представляющая зависимость $z(t)$ без учета погрешности $\Phi(t)$, обусловленной волнами более высокого порядка. (Намного нагляднее смотрится изображение, использующее цветовую раскраску волн.)

Между волновыми стохастическими трендами и классической классификацией трендов по длительности [2–4] можно провести, с некоторой степенью точности, взаимнооднозначное соответствие.

Так, например, для графика с интервалом представления данных один час справедливы следующие соотношения:

- волна первого уровня $W_1(t)$ соответствует самым быстрым компонентам процесса $z(t)$ в структуре пяти волн;

График EUR/USD дневного масштаба

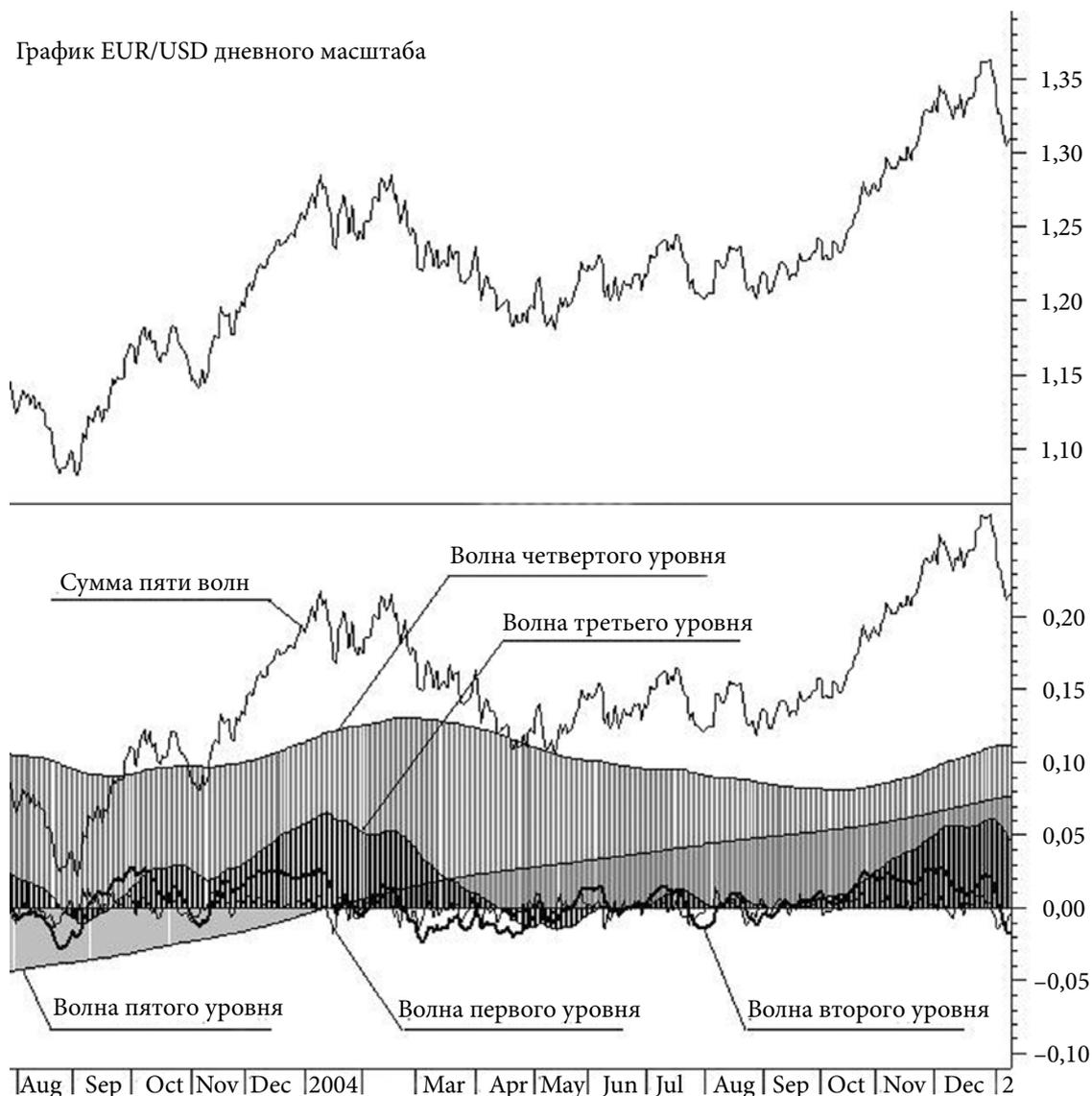


Рис. 3. Разложение движения цены валютной пары EUR/USD по базису стохастических волновых трендов

- волна второго уровня $W_2(t)$ дает описание колебаний внутри дня;
- волна третьего уровня $W_3(t)$ описывает движения рынка со средней продолжительностью цикла движение-коррекция примерно одна неделя;
- волна четвертого уровня $W_4(t)$ представляет движения рынка продолжительностью около месяца и соответствует трендам, которые в классической классификации обозначаются как краткосрочные;
- волна пятого уровня $W_5(t)$ соответствует циклам движение-коррекция со средней длительностью около 6 месяцев и соответствует среднесрочным трендам в классической классификации.

Для графика цен дневного масштаба справедливы следующие соотношения:

- волна первого уровня $W_1(t)$ соответствует самым быстрым компонентам процесса $z(t)$ в структуре пяти волн и примерно соответствует волне третьего уровня для графика с интервалом один час, т. е. описывает колебания внутри недели;
- волна второго уровня $W_2(t)$ дает описание колебаний внутри месяца и представляет движения рынка со средней продолжительностью цикла движение-коррекция 4–5 недель, что примерно соответствует краткосрочным трендам в соответствии с классической классификацией;
- волна третьего уровня $W_3(t)$ описывает движения рынка со средней продолжительностью

стью цикла примерно 6 месяцев и соответствует среднесрочным трендам в классической классификации;

– волна четвертого уровня $W_4(t)$ представляет движения рынка продолжительностью 2–2,5 года и соответствует трендам, которые обозначены как долгосрочные;

– волна пятого уровня $W_5(t)$ соответствует циклам движение-коррекция со средней длительностью около 12 лет, которые в рамках принятой модели обозначены как основные тренды.

Относительную погрешность дискретизации в рамках модели из пяти волн можно оценить с помощью формулы (6) как отношение энергии ошибки к суммарной энергии пяти волн, что (для идеальных методов анализа) составит $\delta = 0,0179$.

Необходимо отметить, что особенности используемого в системе алгоритма разделения волн позволили полностью исключить потери информации о движении цен для рассматриваемых пяти волн модели. Пять волн в сумме дают мгновенное значение графика цены с точностью до $\Phi(t)$, включающей волны более высоких порядков.

Волны более высоких порядков, которые на графике не отображаются, также могут быть при необходимости подвергнуты детальному анализу. Для этого необходимо перейти от графиков дневного масштаба к графикам с большим интервалом представления данных. В частности, при переходе к недельным графикам соответствующие волны в классификации трендов поднимутся на один уровень вверх, и волна пятого уровня будет соответствовать временным горизонтам около 60 лет. (В прикладных приложениях анализ столь продолжительных трендов представляет чисто академический интерес и реально прибегать к анализу движений такой длительности вряд ли придется.)

Переход к графикам меньшего временного масштаба дает возможность учитывать краткосрочные тенденции движения, вплоть до самых быстрых колебаний цены.

На основе использования представления движения цен в виде суперпозиции стохастических волновых трендов имеется возможность выбора волн, описывающих значимые для решаемой задачи движения рынка, и принятия решений в соответствующем временном горизонте с учетом параметров динамики всей сово-

купности волновых трендовых компонент $W_i(t)$ разложения.

Волны, движение которых должно учитываться в рамках проводимого анализа, включаются в состав функции $x(t)$. Остальные играют вспомогательный характер и относятся к компонентам $n(t)$ либо включаются в состав функции $\Phi(t)$.

В заключение отметим, что также можно использовать объединенные волны, представляющие собой суммы смежных волн. Так, например, сумма волн $W_1(t)$ и $W_2(t)$ будет отображать элементы суммарного движения рынка, представленные в объединенной спектральной области волн первого и второго уровней и т. п.

Исследование ортогональности базиса

Разложение (7) дает представление цены в виде суммы стохастических волновых трендов, и использование всех пяти волн разложения обеспечивает возможность получения мгновенной картины движения цен во всех пяти спектральных областях, характеризующих волновыми стохастическими трендами $W_i(t)$, причем сумма всех волн и функции $\Phi(t)$ неотличима от процесса $z(t)$, описывающего изменение цены во времени. Однако правомерность рассмотрения отдельных составляющих $W_i(t)$ совокупного движения цены и их комбинаций в существенной степени определяется ортогональностью базиса разложения.

Очевидно, что при использовании для разделения волн $W_i(t)$ идеальных методов анализа, основанных на использовании полосовых фильтров с прямоугольной амплитудно-частотной характеристикой, волны $W_i(t)$ должны обладать свойствами ортогональности в силу ортогональности базиса гармонических функций, на котором считается Фурье-спектр.

Реальные фильтры обладают характеристиками, аппроксимирующими идеальные с некоторым приближением. Соответственно базис волновых трендов, полученный с помощью таких фильтров, также будет ортогональным с некоторым приближением. Степень возникающей при этом погрешности можно оценить следующим образом.

Ограничимся в выражении (7) только пятью первыми слагаемыми, отбросив функцию $\Phi(t)$. Получим

$$z_5(t) = \sum_{i=1}^5 W_i(t). \quad (8)$$

Если определить среднюю мощность $z_5(t)$ как

$$P_{sum} = \frac{1}{T} \int_0^T z_5^2(t) dt = \frac{1}{T} \int_0^T (\sum_{i=1}^5 W_i(t))^2 dt = \sum_{k=1}^5 \sum_{i=1}^5 P_{ik}, \quad (9)$$

где T — интервал наблюдения, а

$$P_{ik} = \frac{1}{T} \int_0^T W_i(t) W_k(t) dt,$$

то при ортогональном базисе

$$P_{ik} = 0, \text{ при } i \neq k \quad (10)$$

и формула (9) сводится к каноническому виду, при котором мощность суммы первых пяти волн будет равна сумме мощностей отдельных волновых компонент.

При неортогональном базисе соотношение (10) утрачивает силу, и возникают погрешности разложения $z_5(t)$ по волновым компонентам, т. е. энергетические характеристики суммы уже не будут равны сумме характеристик отдельных слагаемых.

Практическая оценка относительной погрешности легко может быть выполнена с помощью следующего выражения:

$$\delta_p^2 = \frac{\left| \sum_{i=1}^5 P_i - \sum_{i=1}^5 \sum_{k=1}^5 P_k \right|}{\sum_{i=1}^5 P_i}. \quad (11)$$

В качестве примера на рис. 4 представлена оценка влияния неортогональности базиса волн для двух версий полосовых фильтров, одна из которых использовалась в первоначальной версии «Системы анализа финансовых рынков», а другая — в последней.

Из представленных зависимостей можно видеть, что в первой версии системы существовала достаточно высокая взаимная корреляция отдельных волн. При этом распределение энергии движения цены по отдельным волновым компонентам оценивалось с погрешностью, достигающей величины в 31%. При построении и исследовании торговых тактик и стратегий указанное обстоятельство существенным образом ограничивает эффективность использования таких параметров, как мощность (дисперсия) отдельных волн, характеризующих движение рынка в зоне определенных временных характеристик.

В текущей версии системы степень взаимной корреляции отдельных волн значительно уменьшена, а соответствующая погрешность составляет всего около 2%.

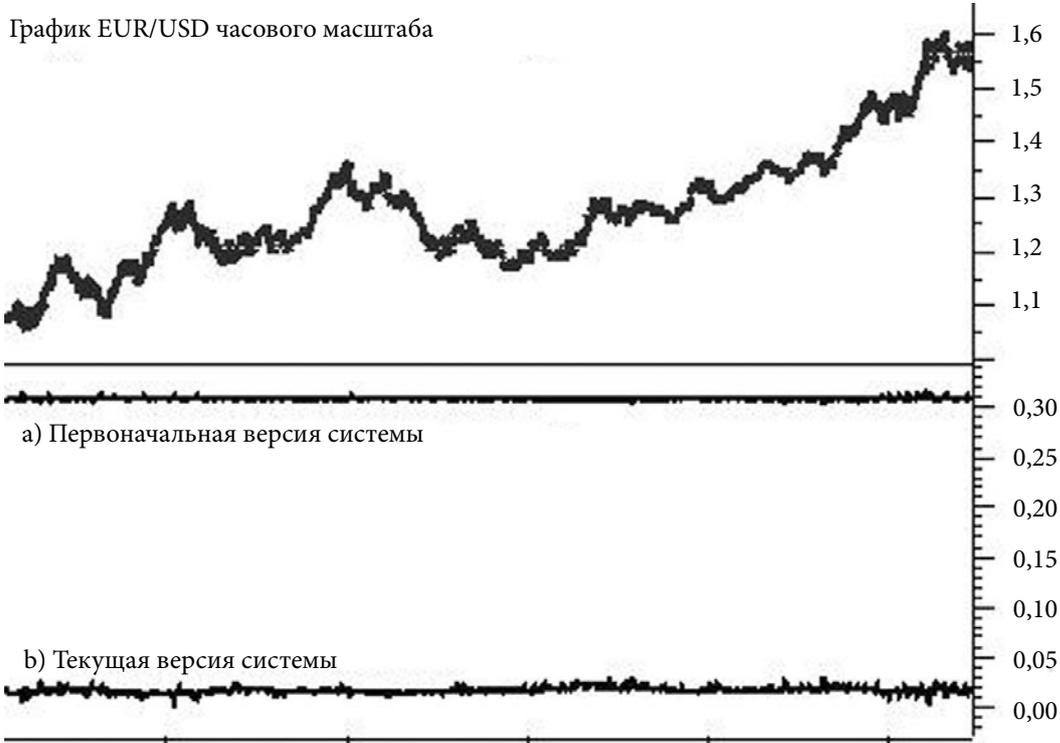


Рис. 4. Влияние неортогональности волн на погрешность распределения энергии движения цен по стохастическим волновым трендам

Выводы

Рассмотрены условия корректного представления временных рядов, характеризующих процесс изменения рыночных цен во времени. Изложены принципы разделения временного ряда цен на суперпозицию стохастических волн — стохастических волновых трендов различного уровня иерархии, которые могут быть отображены на экране компьютера для визуального наблюдения и последующего исследования. Полученное представление дает основу для разработки принципов принятия торговых решений и формализации торговых операций на рынке с использованием анализа динамики групп стохастических волновых трендов.

Литература:

1. Скриган Н.И., Скриган Н.Н. Новые методы анализа финансовых рынков — теоретические основы иерархического подхода // Новости науки и технологий. — 2008. — № 2. — С. 23–30.

2. Найман Э.Л. Малая энциклопедия трейдера. — К.: ВИРА-Р, 2001. — 296 с.

3. Морозов И.В., Фатхуллин Р.Р. Forex: от простого к сложному. Новые возможности с клиентским терминалом “MetaTrader”. Второе издание. — М.: Омега-Л, 2006. — 533 с.

4. Мэрфи Дж. Дж. Технический анализ фьючерсных рынков: теория и практика. — М.: Диаграмма, 1999. — 592 с.

5. Макс Ж. Методы и техника обработки сигналов при физических измерениях. В 2-х т. — М.: Мир, 1983. — Т. 1. — 312 с., Т. 2. — 256 с.

6. Папулис А. Теория систем и преобразований в оптике. — М.: Мир, 1971. — 495 с.

7. Пректер Р., Фрост А. Волновой принцип Эллиотта. Ключ к пониманию рынка. Издание второе. — М.: Альпина, 2006. — 268 с.

8. Петерс Э. Хаос и порядок на рынках капитала. Новый взгляд на циклы, цены и изменчивость рынка. — М.: Мир, 2000. — 333 с.

9. Управление риском. Под. ред. Г.Г. Малинецкого. — М.: Российская Академия Наук, 2000. — Гл. 10.